

Controle de Vibrações de Pontes Sujeitas a Cargas Dinâmicas Utilizando Amortecedor Móvel

Emilly Dias da Silva¹, Zenón José Guzmán Núñez del Prado²

Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, 74605-220, Brasil

¹dias.emilly@gmail.com; ²zenon@eec.ufg.br

PALAVRAS-CHAVE: controle de vibração, amortecedor passivo, vigas

1. INTRODUÇÃO

O estudo do controle de vibrações de pontes sob o efeito de cargas dinâmicas é um problema que tem sido objeto de estudo de engenheiros e cientistas desde o século passado. Por exemplo, Den Hartog (1956) determinou os parâmetros ótimos de um amortecedor para um sistema mola-massa de 1GDL.

Dentre outros estudos iniciais sobre o assunto de cargas dinâmicas pode-se citar a Timoshenko *et. al.* (1974), que encontraram uma solução analítica para o problema, e derivaram a expressão para velocidade crítica. A consideração de massas móveis ao invés de cargas móveis parecia ser mais realista, no entanto, Esmailzadeh *et. al.* (1995) mostraram que este comportamento de vigas sujeitas a cargas móveis ou massas móveis é bem semelhante quando as massas são consideradas pequenas em comparação com a massa da viga.

Greco e Santini (2002), utilizando uma extensão do complexo método de modo de superposição, analisaram o problema dinâmico de uma viga contínua com dois amortecedores viscosos rotacionais em suas extremidades sujeita a uma carga dinâmica unitária. Eles concluíram que a eficácia do amortecedor é fortemente dependente da velocidade da carga dinâmica e provaram que, em certos intervalos de velocidades, uma considerável redução da

¹ Orientando

² Orientador

resposta dinâmica da viga é esperada se as propriedades do amortecedor forem corretamente escolhidas.

Wu (2006) propôs o uso de amortecedores helicoidais para reduzir a vibração de vigas sujeitas a cargas dinâmicas usando o método dos elementos finitos para modelar a viga. O amortecedor, localizado no meio da viga, teve a massa de sua mola levadas em consideração. Para estudar o comportamento da viga, as equações dinâmicas que representam o sistema foram reduzidas para a primeira coordenada modal, continuando a aproximação de Den Hartog (1956). Esse modelo simplificado foi utilizado para a obtenção de valores ótimos para a rigidez e a relação de amortecimento do amortecedor.

A possibilidade de redução da ressonância na vibração de vigas simples, sob ação de cargas dinâmicas, através do aumento do amortecimento estrutural com aparelhos de dissipação de energia passiva foi avaliada por Museros e Martinez-Rodrigo (2007). Esses autores utilizaram um amortecedor linear viscoso para conectar a viga principal, que suporta as cargas, à uma viga auxiliar localizada abaixo da viga principal. Os resultados indicam que a resposta ressonante da viga principal pode ser drasticamente reduzida com esse tipo de aparelho e que essa metodologia proposta teria grande potencial em aplicações para redução da resposta de pontes ferroviárias sob ação de trens de alta velocidade.

Recentemente, Thompson (2008) utilizou um amortecedor contínuo com sistema massa-mola acoplado a uma viga para atenuar a propagação de ondas estruturais e reduzir o som irradiado, enquanto que Samani e Pellicano (2009) analisaram a efetividade de um amortecedor de vibrações dinâmicas aplicado em uma viga simplesmente apoiada suportando cargas dinâmicas. Foram analisados modelos de amortecedores linear e não-linear. O desempenho dos amortecedores dinâmicos na redução de vibrações foi estimada pela amplitude máxima de vibração e pela quantidade de energia dissipada pelo amortecedor.

Neste trabalho, a teoria da viga linear de Euler-Bernoulli é utilizada para estudar o controle de vibrações de uma viga simplesmente apoiada sujeita a cargas dinâmicas e controlada por um amortecedor fixo ou móvel. A viga é considerada como um sistema linear-elástico contínuo e, o amortecedor é descrito como um sistema massa-mola linear movendo-se com velocidade determinada ao longo da viga. Uma expansão modal com cinco modos é usada para modelar o deslocamento vertical da viga e, o método de Galerkin é utilizado para se obter um conjunto de equações diferenciais ordinárias de equilíbrio dinâmico e que são resolvidas pelo método de Runge-Kutta. Os resultados iniciais mostram a importância da posição e da velocidade do amortecedor no controle de vibrações da viga e podem ser

utilizados por engenheiros para a otimização dos parâmetros do amortecedor.

2. OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo estudar a influência dos parâmetros (massa, coeficiente de amortecimento, rigidez e localização) de um amortecedor de massa sintonizado (AMS) linear passivo no controle da vibração de uma viga submetida a uma carga dinâmica, que pode ou não possuir velocidade constante. O deslocamento vertical da viga será descrito pelas equações parciais diferenciais dinâmicas utilizando a teoria linear Euler-Bernoulli e aplicando o método de Galerkin para sua solução.

3. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

O controle estrutural é comumente classificado de acordo com o consumo de energia externa e é dividido em 4 tipos: controle passivo, controle ativo, controle híbrido e controle semi-ativo.

O Amortecedor de Massa Sintonizado (AMS) é um dispositivo de controle estrutural passivo, que atua dissipando a energia de vibração da estrutura como visto na Fig. 01. Um AMS é projetado para oscilar numa das frequências naturais da estrutura (normalmente a frequência dominante), embora em fase diferente. Assim, uma grande parcela da energia de vibração da estrutura é dissipada pelo amortecedor ligado à massa. Se a estrutura for excitada fora da faixa de frequência de projeto, o dispositivo perde sua eficiência.

A dissipação é possível devido ao movimento relativo entre a massa do dispositivo e a estrutura principal, na ação combinada de seus três constituintes básicos:

- massa – cujo movimento provoca o surgimento da força de inércia;
- mola – que possui uma rigidez elástica k , capaz de produzir as forças elásticas restauradoras; e
- amortecedor – responsável direto pelas perdas de energia.

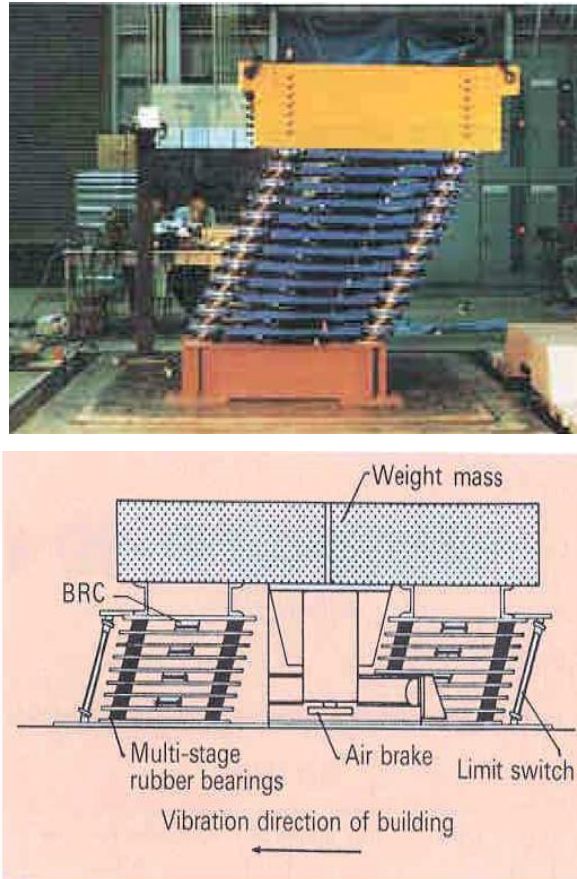


Figura 01: Posição deformada de um AMS (Connor, 2003). (a) fotografia; (b) esquema.

3.1 Equações de movimento

Considerando o sistema representado pela Fig. 02, onde uma viga bi-apoiada de comprimento L , módulo de Young E , inércia I , massa distribuída m e coeficiente de amortecimento c , está sujeita a uma carga dinâmica transversal $F(x,t)$ com velocidade V_L . A viga está conectada a um amortecedor representado por uma massa m_2 , uma mola de rigidez k_2 e coeficiente de amortecimento λ . É assumido que o amortecedor pode ser fixo ou móvel ao longo da viga, com velocidade V_A .

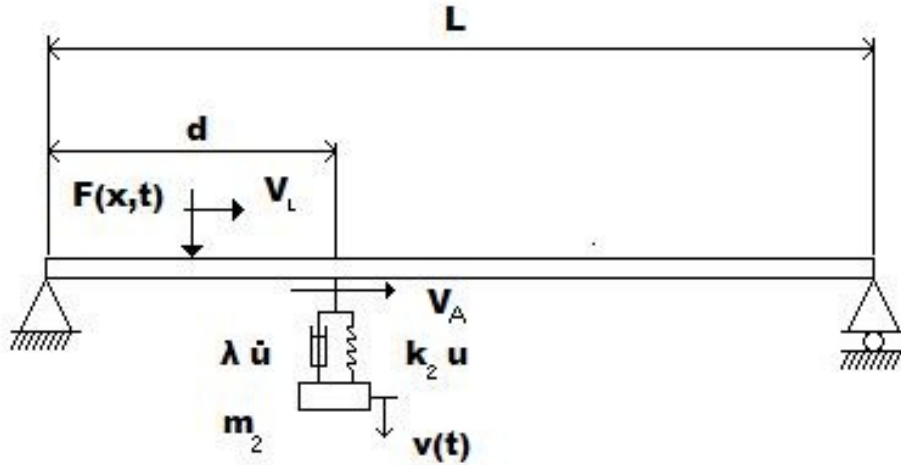


Figura 02: Modelo de viga simplesmente apoiada e amortecedor acoplado.

As equações parciais diferenciais dinâmicas que governam o movimento da viga bi-apoiada e do amortecedor são dadas por:

$$EI \frac{\partial^4 x}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + c \frac{\partial y}{\partial t} + \left[k_2 u + \frac{\partial u}{\partial t} \right] G(x, t) = F(x, t) \quad (1)$$

$$m_2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - k_2 u + \lambda \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad x \in (0, L) \quad t > 0 \quad (2)$$

Onde \$y(t)\$ representa do deslocamento vertical da viga, \$v(t)\$ é a posição absoluta da massa \$m_2\$, \$d\$ é a posição do amortecedor e \$u(t)=y(d,t)-v(t)\$.

Na Eq. (1) o termo \$\left[k_2 u + \frac{\partial u}{\partial t} \right] G(x, t)\$ refere-se ao amortecedor e \$G(x,t)\$ é dado por:

$$G(x, t) = \delta(x - V_A t) H \left[\frac{L}{V_A} - t \right] \quad \text{Para um amortecedor móvel;} \quad (3)$$

$$G(x, t) = \delta(x - d) \quad \text{Para um amortecedor fixo;} \quad (4)$$

Onde \$x=d\$ representa a posição do amortecedor na viga em um tempo \$t\$; \$V_A\$ é a velocidade do amortecedor; \$\delta\$ é a função delta de Dirac que define a posição do amortecedor e \$H(t)\$ é a função Heaviside.

A força externa $F(x,t)$ é uma carga dinâmica dada por:

$$F(x,t) = \delta(x - V_L t) H\left(\frac{L}{V_L} - t\right) \quad (3)$$

As condições de contorno para uma viga bi-apoiada e as condições iniciais do problema são dadas por:

$$\begin{aligned} y(0,t) = 0; \quad y(L,t) = 0; \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(0,t) = 0; \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(L,t) = 0; \\ y(x,0) = 0; \quad \frac{\partial y}{\partial t}(x,0) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

A massa acoplada é pequena se comparada á massa total da viga. Assim, neste trabalho considera-se a massa do amortecedor com cerca de 5% do total da massa da viga.

As equações de movimento do sistema, representadas pelas Eq. (1) e (2) são analisadas depois de projetar a Eq.(1) em uma base completamente orthonormal. As funções para uma viga bi-apoiada podem ser usadas como funções interpoladoras que são dadas por:

$$\phi_r(x) = \sum_{r=1} \text{sen}\left(\frac{r\pi x}{L}\right) \quad r = 1,2,3\dots \quad (5)$$

A frequência natural da viga para o r-ésimo modo é dada por:

$$\omega_r = (\pi r)^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (6)$$

Finalmente, o deslocamento transversal da viga pode ser assumido como sendo:

$$y(x,t) = \sum_{r=1}^{\infty} A_r(t) \phi_r(x) \quad (7)$$

Onde A_r são as funções desconhecidas do tempo e $\phi_r(x)$ é dada pela Eq. (5).

Substituindo a Eq. (7) nas Eq. (1) e (2) e aplicando o método de Galerkin obtém-se um sistema de equações de equilíbrio dinâmico dado por:

$$\begin{aligned} & \frac{mL}{2} \ddot{A}_p(t) + \xi_p \omega_p mL \dot{A}_p(t) + \frac{\omega_p^2 mL}{2} A_p(t) + \left\{ k_2 \left[\sum_{r=1}^{\infty} A_r(t) \phi_r(D) - v(t) \right] \right. \\ & \left. + \lambda \left[\sum_{r=1}^{\infty} \dot{A}_r(t) \phi_r(D) - \dot{v}(t) \right] \right\} \phi_p(D) G(t) = F_0 \phi_p(DV/L) H\left(\frac{L}{V_L} - t\right) \end{aligned} \quad (8)$$

$$m_0 v(t) - k_2 \left[\sum_{r=1}^{\infty} A_r(t) \phi_r(D) - v(t) \right] - \lambda \left[\sum_{r=1}^{\infty} \dot{A}_r(t) \phi_r(D) - \dot{v}(t) \right] = 0 \quad (9)$$

Onde:

$D=d$ e $G(t)=1$ para um amortecedor fixo;

$D=V_A t$ e $G(t) = H\left(\frac{1}{V_A} - t\right)$ para um amortecedor móvel.

4. RESULTADOS

Inicialmente, um sistema com o amortecedor fixo e carga fixa é analisado com valores para as constantes de $F_0=10,0\text{N}$, $F_A=10,0\text{N}$, $T=2,5465\text{s}$, $EI=1,0\text{Pa m}^4$, $\rho_A=1,0\text{kg/m}$, $L=1,0\text{m}$, $M_0=0,1\text{Kg}$, $X_F=0,3\text{m}$, $\lambda=0,05\text{ N s/m}$, $d=0,065\text{m}$ e $k_2=1,32 \times 10^3\text{ N/m}^3$, $V_L=1,0\text{m/s}$.

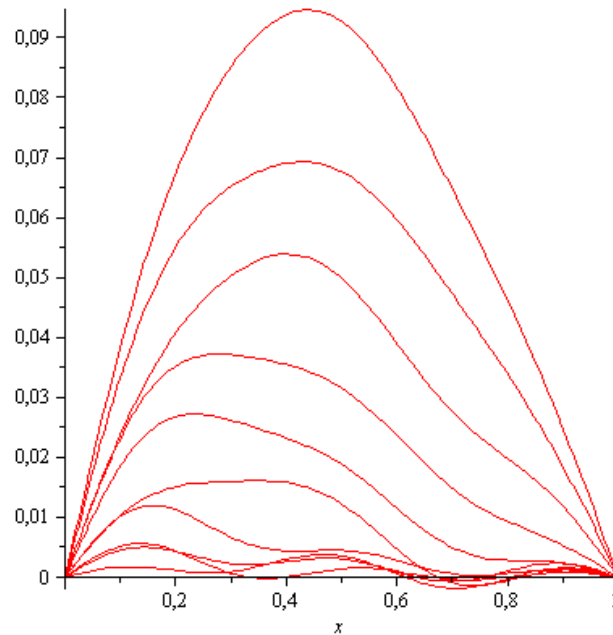


Figura 03. Deformada da viga sem amortecedor em função da velocidade da carga dinâmica.

Uma análise paramétrica é realizada, variando-se os valores da massa do amortecedor (m_2), a posição do amortecedor (d), a rigidez da mola (k_2) e o coeficiente de amortecimento λ . Resolvendo as Eq. (8) e (9) pelo método de Runge Kutta, pode-se obter o deslocamento vertical da viga em função de cada uma dessas variáveis.

A Fig.03 mostra a deformada da viga sem amortecedor em função da velocidade da carga dinâmica para diversos instantes de tempo. Pode-se observar o crescente deslocamento da viga à medida que o tempo é incrementado.

As Figs. 04 a 07 mostram a variação do deslocamento vertical de um ponto no meio do vão da viga a medida que são variadas: a posição, a massa, a rigidez e o coeficiente de amortecimento do amortecedor. Na Fig. 04 a medida que a posição do amortecedor é variada, ocorre um aumento no deslocamento da viga para depois decrescer rapidamente até um ponto de mínimo. Após este valor, o deslocamento aumenta assim, pode-se ver que existe uma posição do amortecedor que irá provocar maior redução nas vibrações da viga.

Na Fig. 05, ao se variar a massa do amortecedor, pode-se observar que ocorre também um ponto onde o deslocamento será mínimo o que também mostra o valor ótimo da massa do amortecedor. Na Fig. 06 foi variada a rigidez da mola do amortecedor, pode-se observar que a mudança de rigidez provoca aumento e diminuição do deslocamento havendo também um ponto de deslocamento mínimo da viga o qual representa a rigidez ótima do amortecedor. Finalmente, na Fig. 07 foi variado o coeficiente de amortecimento do AMS,

pode-se ver que essa variação não provoca diminuição de vibrações da viga assim pode-se adotar um valor mínimo para o amortecedor do AMS.

Analisando a Fig. 05, observa-se que a massa mais adequada para o amortecedor, nesse caso, seria 0,05kg. A Fig. 06 mostra o quanto a variação de k_2 pode influenciar no deslocamento da viga e seu melhor valor foi $1,33E3$. O valor do coeficiente de amortecimento λ também deve ser criteriosamente escolhido e geralmente varia entre 0,03 a 0,05.

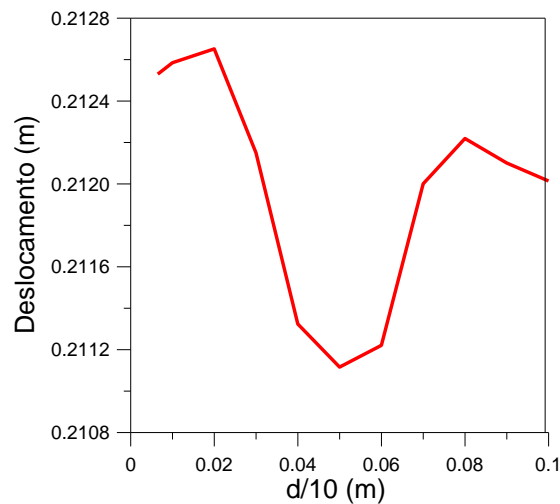


Figura 04. Deslocamento da viga em função da posição do amortecedor

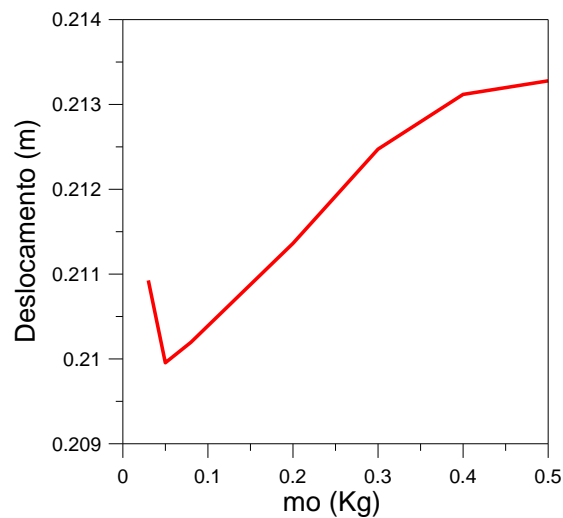


Figura 05. Deslocamento da viga em função da mudança de massa do amortecedor.

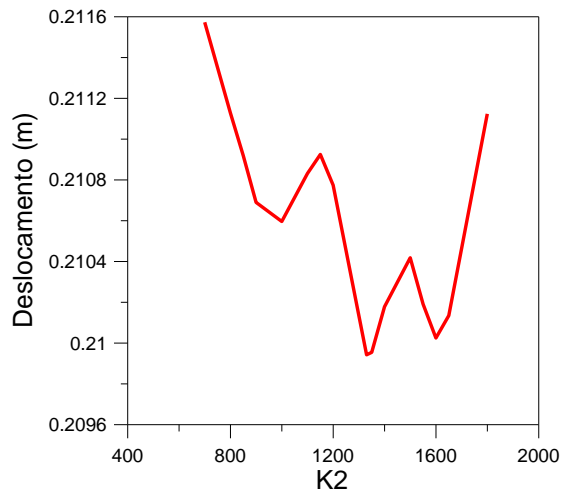


Figura 06. Deslocamento da viga em função da mudança de rigidez da mola.

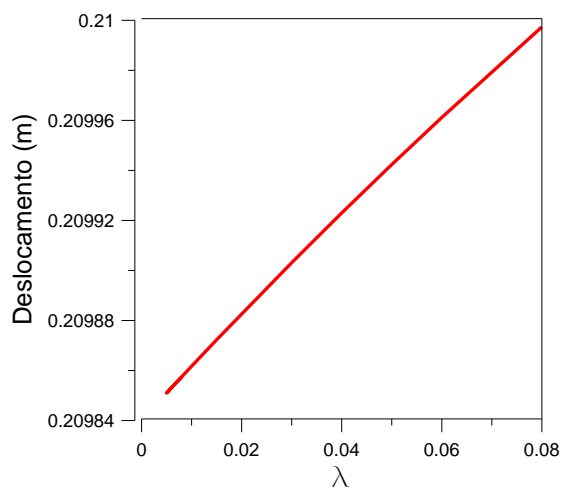


Figura 07. Deslocamento da viga em função do coeficiente de amortecimento.

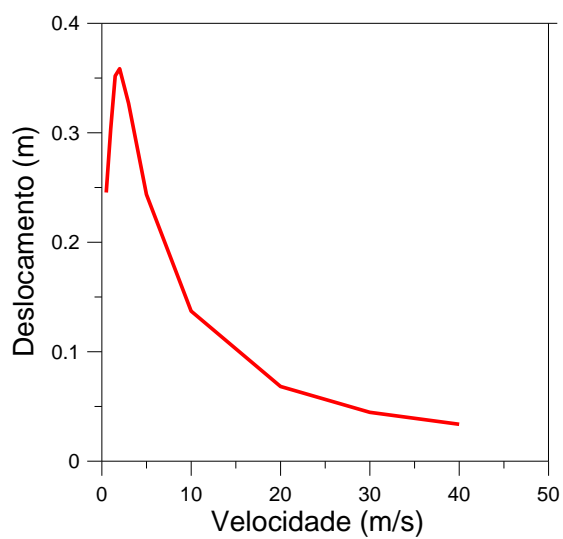


Figura 8. Deslocamento vertical em função da velocidade da carga dinâmica atuando em viga com amortecedor móvel.

Para uma carga dinâmica móvel e dependendo dos valores de sua velocidade, o deslocamento da viga será maior ou menor. Portanto, a Fig. 08 mostra o deslocamento no meio do vão da viga quando varia-se a velocidade da carga externa da viga. Os valores de análise adotados foram: $F_0=10,0\text{N}$, $F_A=10,0\text{N}$, $T=2,5465\text{ seg.}$, $EI=1,0\text{ Pa. m}^4$, $\rho_A=1,0\text{ kg/m}$, $L=1,0\text{m}$, $M_0=0,1\text{Kg}$, $X_F=0,3\text{m}$, $\lambda=0,05$, $d=0,065\text{m}$ e $k_2=1,32\times 10^3$. Para estas dimensões, o valor da velocidade da carga que provoca o maior deslocamento é de $V=2\text{m/s}$.

Adotando a velocidade crítica de 2m/s foram variados, novamente, os parâmetros do amortecedor visando encontrar os valores ótimos. As Figs. 09 a 12 mostram essas variações; pode-se observar novamente a grande influencia dos parâmetros nas vibrações da viga. Da mesma forma que a análise da viga sem carga móvel, os valores ótimos são bem próximos com a consideração da carga móvel.

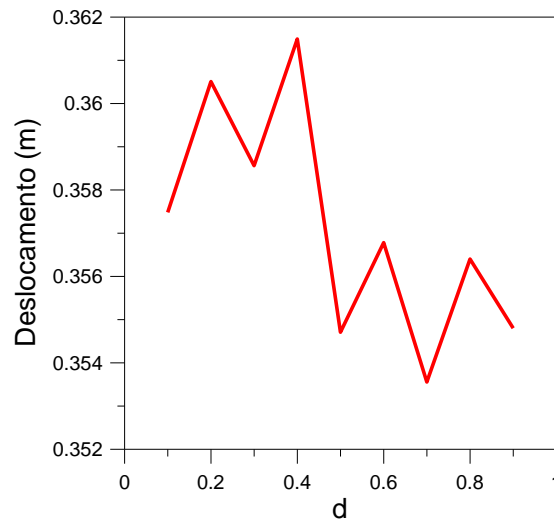


Figura 9. Deslocamento da viga em função da posição do amortecedor.

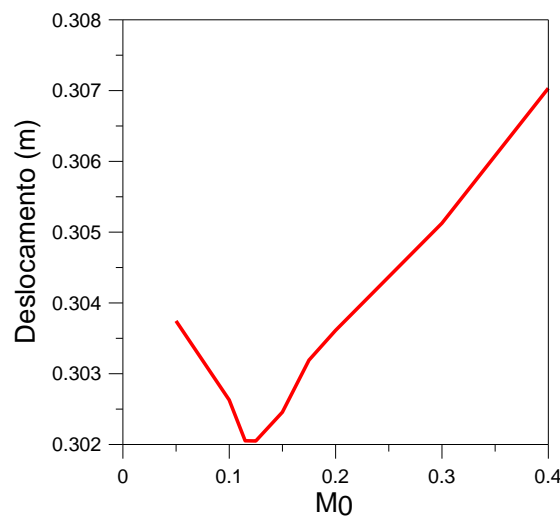


Figura 10. Deslocamento da viga em função da mudança de massa do amortecedor.

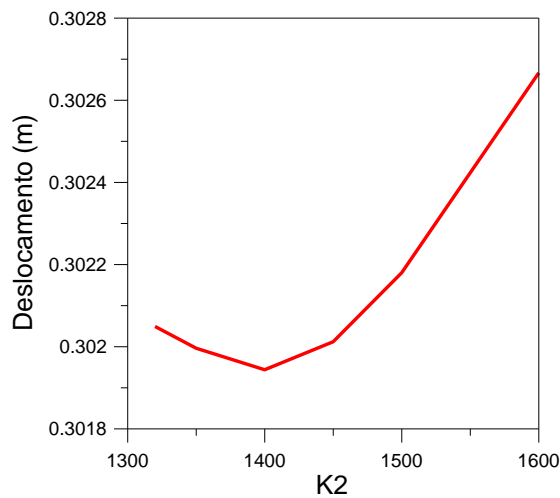


Figura 11. Deslocamento da viga em função da mudança de rigidez da mola.

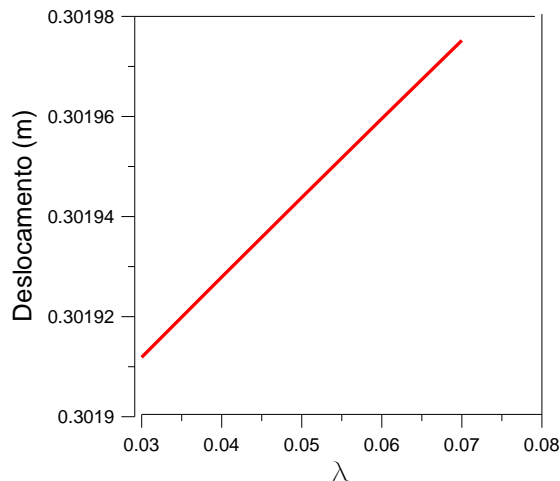


Figura 12. Deslocamento da viga em função do coeficiente de amortecimento.

A Fig. 09 mostra que as melhores posições para que o amortecedor móvel absorva a maior quantidade de energia possível são entre 0,5L e 0,7L. Também é observado que esta posição influencia bastante na absorção de energia do sistema, já que uma pequena mudança dessa posição varia bastante no deslocamento vertical da viga.

A Fig. 10 mostra que para uma carga móvel, a massa do amortecedor deve ser pouco maior (0,125kg) para que possa absorver maior quantidade de energia. Se esta massa for aumentada, o amortecedor não irá absorver mais energia e poderá até adicionar energia ao sistema, dependendo do quanto se aumenta m_0 .

Na Fig. 11 pode-se ver que o melhor valor de k_2 , neste caso, é $1,4E3$, pouco maior que no caso anterior. Quanto maior for esse valor, maior será o deslocamento vertical da viga. Assim como no caso anterior, a Fig. 12 também mostra que a variação do coeficiente de amortecimento é linear e seus valores ótimos estão entre 0,03 e 0,05.

Finalmente, a Fig. 13 mostra as posições deformadas da viga sem amortecedor (cor vermelha) e com amortecedor (cor azul) considerando carga móvel. Pode-se ver claramente o impacto do amortecedor na redução das vibrações da viga.

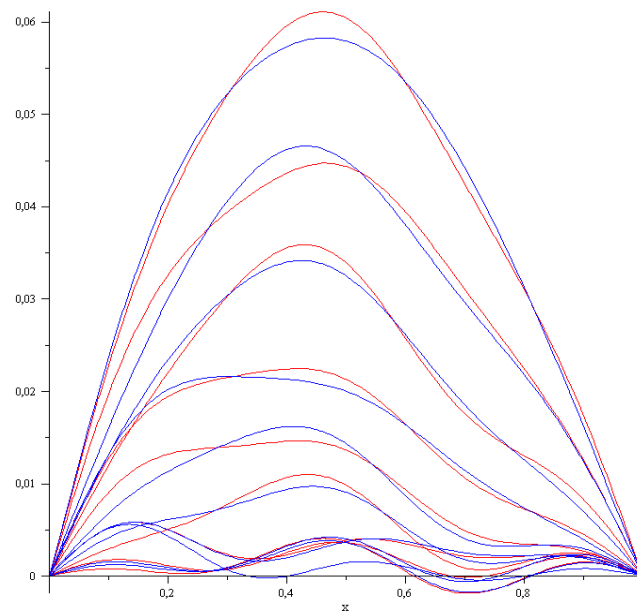


Figura 13. Deformadas da viga sem amortecedor (vermelho) e com amortecedor (azul) com carga móvel.

5 CONCLUSÕES

Analisando os resultados gráficos acima, pode-se observar a grande influencia dos parâmetros físicos do amortecedor no deslocamento vertical da viga. Assim, através da análise detalhada de cada parâmetro pode-se adotar os valores ótimos para o AMS, diminuindo ao máximo a vibração da estrutura amortecida.

Também é importante ressaltar que cada parâmetro físico do amortecedor é influenciado pelos outros e pelas condições iniciais das cargas e da viga. Por isso é importante realizar uma análise paramétrica, onde considera-se esses fatores como interligados.

Este estudo paramétrico realizado mostrou que para esse caso de viga, os melhores valores para um amortecedor fixo e carga fixa foram : $d=0,5L$, $M_0=0,05\text{kg}$, $k_2=1,33E3$ e $\lambda=0,03$. Já para uma carga dinâmica e amortecedor móvel foram: $V=2\text{m/s}$, d entre $0,5L$ e $0,7L$, $M_0=0,125\text{Kg}$, $k_2=1,4E3$ e $\lambda=0,03$.

REFERÊNCIAS

DEN HARTOG J.P., **Mechanical Vibrations**. McGraw-hill, 1956.

S. TIMOSHENKO, DH. YOUNG, W. WEAVER, **Vibration Problems in Engineering**, New York, 1974.

E. ESMAILZADEH, M. GORASHI, Vibration analysis of beams traversed by uniform partially distributed moving mass. **Journal of sound and vibration**, v.184(1), p.9-17, 1995.

GRECO A., SANTINI A., Dynamic response of a flexural non-classically damped continuous beam under moving loadings. **Computers and Structures**, v. 80, p.1945-1953, 2002.

MUSEROS P., MARTINEZ-RODRIGO M. D., Vibration control of simply supported beams under moving loads using fluid viscous dampers. **Journal of sound and vibration**, v.300, p. 292-315, 2007

SAMANI F. A., PELLICANO F., Vibration reduction on beams subjected to moving loads using linear and nonlinear dynamic absorbers. **Journal of sound and vibration**, v.325, p. 742-754, 2009.

THOMPSON D. J., A continuous damped vibration absorber to reduce broad-band wave propagation in beams. **Journal of sound and vibration**, v.311, p. 824-842, 2008.

WU J. J., Study on the inertia effect of helical spring of the absorber on suppressing the dynamic responses of a beam subjected to a moving load. **Journal of sound and vibration**, v.297, p. 981-999, 2006.

L. FRÝBA, **Vibration of Solids and Structures under moving loads**, London, 1999.

J. LIN, F.L. LEWIS, T. HUANG, Passive control of the flexible structures subjected to moving vibratory systems, **ASME Special Publication on Active and Passive Control of Mechanical Vibrations** PVP 289, 11-18, 1994

ÁVILA S. M., **Controle híbrido para atenuação de vibração em edifícios**. Tese de Doutorado, Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.

PAZ M., **Structural Dynamics Theory and Computation**, Springer, 2004.